APRIL/MAY 2024

23UEMA20C/23IEMA20C — MATHEMATICS – II

Time : Three hours Maximum : 75 marks

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Show that $\vec{F} = 3y^4z^2\vec{i} + 4x^3z^2\vec{j} - 3x^2y^2\vec{k}$ is solenoidal.

   $\vec{F} = 3y^4z^2\vec{i} + 4x^3z^2\vec{j} - 3x^2y^2\vec{k}$ சொலினாய்டல் எனக்காட்டுக.

2. Find *curl* $\vec{F}$ if

   $\vec{F} = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$.

   $\vec{F} = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$ என்றால் *curl* $\vec{F}$ காண்க.

3. State Green's theorem.

   கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை கூறுக.

4. State Stoke's theorem.

   ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை கூறுக.

5. Form the PDE from $z = ax + by + ab$.

$z = ax + by + ab$ –இலிருந்து பகுதி வேறுபாடு சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

6. Solve $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

தீர்க்கவும் $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

7. Evaluate : $L = [e^{at}]$.

மதிப்பிடுக : $L = [e^{at}]$.

8. Evaluate : $L = [\cosh at]$.

மதிப்பிடுக : $L = [\cosh at]$.

9. Evaluate : $L^{-1}\left[\frac{3s-6}{s^2-16}\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\frac{3s-6}{s^2-16}\right]$.

10. Evaluate : $L^{-1}\left[\frac{s^3-3s^2+4}{s^4}\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\frac{s^3-3s^2+4}{s^4}\right]$.

20. Solve by Laplace transformation $y'' + 5y' + 6y = 2$, $y'(0) = 0$, $y(0) = 0$.

$y'' + 5y' + 6y = 2$, $y'(0) = 0$, $y(0) = 0$ லாப்லேஸ் உருமாற்றம் மூலம் தீர்வு காண்க.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) If $\nabla\phi = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ find ϕ.

$\nabla\phi = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ என்றால் ϕ –ஐ மதிப்பிடுக.

Or

(b) Prove that $div\left(\phi\vec{F}\right) = \phi\ div\vec{F} + \vec{F}\cdot grad\,\phi$.

நிரூபிக்கவும் $div\left(\phi\vec{F}\right) = \phi\ div\vec{F} + \vec{F}\cdot grad\,\phi$.

12. (a) If $\vec{A} = 3xy\vec{i} - y^3\vec{j}$ then find $\int_C \vec{A}\cdot\vec{dr}$ along $y = 2x^2$ from $(0, 0)$ to $(1, 2)$.

$\vec{A} = 3xy\vec{i} - y^3\vec{j}$ என்றால், $(0, 0)$ முதல் $(1, 2)$ வரை $\int_C \vec{A}\cdot\vec{dr}$ –ஐ காண்க.

Or

(b) Find $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\,dS$ $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$, S is the portion of the surface $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ which lies in the first octant.

கண்டுபிடி S என்பது மேற்பரப்பின் பகுதி $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ முதல் எண்மத்தில் உள்ளதெனில் $\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}\,dS$ $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ –ஐ காண்க.

13. (a) Solve : $p(1+q) = qz$.

தீர்க்கவும் : $p(1+q) = qz$.

Or

(b) Solve : $q^2 - p = y - x$.

தீர்க்கவும் : $q^2 - p = y - x$.

14. (a) Find : $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)^3}\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s+1)^3}\right]$.

Or

(b) Find : $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+2s+5}\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+2s+5}\right]$.

15. (a) Evaluate : $L[te^t \sin 2t]$.

மதிப்பிடுக : $L[te^t \sin 2t]$.

Or

(b) Evaluate : $L[t\,e^{-2t} \cosh 2t]$.

மதிப்பிடுக : $L[t\,e^{-2t} \cosh 2t]$.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the directional derivative of $\phi = xy + yz + zx$ at $(1, 2, 0)$ in the direction $\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Find its maximum value.

$\phi = xy + yz + zx$ -இன் $(1, 2, 0)$ என்ற புள்ளியில் $\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ என்ற திசையில் திசை வகைக்கெழுவைக் கண்டறியவும். அதன் அதிகபட்ச மதிப்பைக் காண்க.

17. Verify Stroke's theorem for $F = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ in the region bounded by $x = a$, $x = -a$, $y = 0$, $y = b$.

$x = a$, $x = -a$, $y = 0$, $y = b$ எல்லைக்குட்பட்ட பகுதியில் $F = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ ற்கான ஸ்ட்ரோக்கின் தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்.

18. Solve : $z = px + qy + p^2 - q^2$.

தீர்க்கவும் : $z = px + qy + p^2 - q^2$

19. Find laplace transformation of $e^{-2t}[t^2 - 3t + 6]\sin t$.

$e^{-2t}[t^2 - 3t + 6]\sin t$ -இன் லாப்லேஸ் உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.